

TD °2
Programmation linéaire : Simplexe - Dualité

Exercice 1

Une société S.A fabrique et vend 2 Produits P1 et P2, exprimés en Kilo, dont les prix de vente unitaire respectif sont 75Dh et 45Dh. Le temps d'emploi maximum des machines de fabrication est de 150 heures dans l'atelier A1 et de 250 heures dans l'atelier A2. Le temps de passage dans les ateliers de chaque unité de produit P1 et P2, exprimé en heure, est résumé dans le tableau suivant :

..	P1	P2
ATELIER 1	3	1
ATELIER 2	2	4

- 1°) Formuler le problème de l'entreprise qui cherche à maximiser son chiffre d'affaires.
- 2°) Donner la solution optimale du problème primale par une résolution simplexe.
- 3°) Donner l'interprétation économique de la solution optimale.
- 4°) En déduire votre solution optimale duale.
- 5°) Donner la l'interprétation économique de votre solution optimal dual en terme de valorisation marginal des facteurs de Production primales.

Exercice 2

Une entreprise fabrique deux articles A et B à partir de deux facteurs de production F1 et F2. Le tableau des divers renseignements techniques et financières relatifs aux deux articles à fabriquer est le suivant :

...	A	B	Coût d'un facteur de Production (En Dh)	Capacité max en F1 et F2
F1	2	3	20	240
F2	8	4	40	400
Prix de vente unitaire en Dh	600	400		

- 1°) Formuler le problème de l'entreprise qui cherche à maximiser sa marge sur coût total en respectant les contraintes de production.
- 2°) Donner la solution optimale du problème primale par une résolution simplexe.
- 3°) Donner l'interprétation économique de la solution optimale.
- 4°) En déduire votre solution optimale duale.
- 5°) Donner la l'interprétation économique de votre solution optimal dual en terme de valorisation marginal des facteurs de Production primales.

Exercice 3 Dégénérescence de 1ère espèce

1° Résoudre le PL suivant en utilisant l'algorithme de simplexe :

$$\text{Max } z = 6x_1 + 4x_2$$

$$\text{sc : } \begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 4, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 16, \\ x_1 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

2° Résoudre graphiquement le PL. Conclusion ?

Exercice 4 Dégénérescence de 2ème espèce

1° Résoudre le PL suivant en utilisant l'algorithme de simplexe :

$$\text{Max } z = 6x_1 + 4x_2$$

$$\text{sc : } \begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 4, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 16, \\ x_1 + 4x_2 \leq 22, \\ x_1 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

2° Résoudre graphiquement le PL. Conclusion ?

Exercice 5

Un ébéniste fabrique des bureaux sous forme standard ou luxe. Des études de marché ont montré que pour l'année à venir, les possibilités de vente s'élèvent à 300 unités pour le modèle luxe et à 400 unités pour le modèle standard. L'approvisionnement en bois est suffisant pour fabriquer annuellement 500 bureaux quel que soit le type. Par ailleurs, le temps de fabrication d'un modèle luxe est le double de celui d'un bureau de modèle standard. La capacité annuelle de fabrication est telle que, si tous les bureaux fabriqués étaient de type standard, on pourrait en fabriquer 700 au maximum. La vente d'un bureau sous le modèle luxe conduit à une marge unitaire sur coût variable égale à 7, celle d'un bureau de type standard égale à 5. On se propose de rechercher le programme annuel de fabrication conduisant au profit global maximum.

- 1°) Formuler le problème de l'entreprise qui cherche à maximiser son chiffre d'affaires.
- 2°) Donner la solution optimale du problème primal par une résolution simplexe.
- 3°) Donner l'interprétation économique de la solution optimale.

Exercice 6

Une société industrielle GAMA doit livrer 3 biens A, B, C à raison, au moins 6 unités de A, 11 unités de B et 23 unités de C. Elle dispose de deux facteurs de production F1 et F2.

L'emploi d'une unité de F1 permet de réaliser une unité de A, une de B et une de C, une unité de F2 permet de réaliser une unité de A, 2 de B et 5 de C.

Le coût de facteur F1 est de 100 MAD l'unité, celui du facteur F2 de 400 MAD.

La société a pour stratégie de satisfaire la demande à un coût minimal.

- 1°) Donner la forme canonique du programme lié aux facteurs F1 et F2.
- 2°) Donner la formulation du programme primal dual.
- 3°) Décrire le langage dual.
- 4°) Donner la forme standard du programme dual.
- 5°) Donner la solution optimale du problème dual par une résolution simplexe.
- 7°) Vérifier par calcul que les fonctions objectives du primal et du dual sont égales.